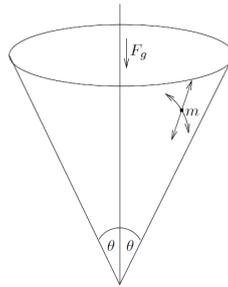


Übung 1. *Punktmasse in einem Kegel*

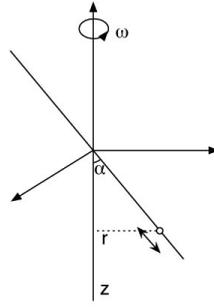
Betrachte eine Punktmasse m welche sich ohne Reibung in einem Kegel mit Öffnung 2θ bewegt. Das Gravitationsfeld ist parallel zur Kegelachse.



1. Wähle geeignete Koordinaten und bestimme L .
2. Leite die Lagrangegleichungen her.
3. Berechne die Erhaltungsgrößen des Systems.
4. Bestimme die Lösung der Lagrangegleichungen für welche die Masse m eine konstante Entfernung r zur Kegelspitze hat. Drücke r als Funktion des Drehimpulses aus.

Übung 2. *Rheonome Zwangsbedingung*

Die Beispiele im Skript zum Lagrange Formalismus behandeln holonome Zwangsbedingungen, die die Zeitkoordinate t nicht enthalten (sog. "skleronome" Zwangsbedingungen). Hier soll nun eine Situation betrachtet werden, in der eine der holonomen Zwangsbedingungen von der Zeit abhängt. Eine zeitabhängige Zwangsbedingung heisst "rheonom". Betrachte einen geraden Draht, der die z -Achse im Winkel α schneidet. Ausserdem rotiert der Draht mit Winkelgeschwindigkeit ω um die z -Achse. Eine Perle, die unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei auf dem Draht gleitet, wird ohne Anfangsgeschwindigkeit im Schnittpunkt vom Draht mit der z -Achse losgelassen.



1. Formuliere die Zwangsbedingungen.
2. Löse die Bewegungsgleichung.
3. Ist die Gesamtenergie erhalten?

Übung 3. *Symmetrietransformationen*

1. Zeige, dass die Transformation $x \rightarrow x' = x + \lambda \cos(\omega t)$ mit $\omega = \sqrt{D/m}$ eine Symmetrietransformation des harmonischen Oszillators (mit Masse m und "Federkonstante" D) ist und berechne die dazugehörige Erhaltungsgrösse.

Hinweis: Zeige dass die Lagrange-Funktion des Harmonischen Oszillators durch die Transformation in eine Äquivalente Funktion übergeht plus der totalen Zeitableitung einer Funktion $F(x', t, \lambda)$.

2. Ein Massenpunkt bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft auf einer unendlich langen homogenen Schraubenlinie. Stelle die Symmetrietransformation der Schraubenlinie auf und berechne die zugehörige Erhaltungsgrösse.

