

Übung 1. *Hamilton–Jacobi Gleichungen*

Betrachte die gleiche Aufstellung wie in 8.1 : eine Punktmasse m bewegt sich aufgrund der Schwerkraft auf der Innenseite eines Kegels mit Öffnungswinkel 2θ . Leite die Bewegungsgleichungen her, einerseits über die Hamiltongleichungen, andererseits über die Hamilton-Jacobi-Gleichung. Vergleiche mit den Ergebnissen, welche über die Euler-Lagrange-Gleichungen erhalten werden.

Übung 2. *Trägheitsmoment*

Eine dünne quadratische Platte mit Seitenlänge a rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine Achse, welche durch das Zentrum der Platte geht und bezüglich dessen Normalen um einen Winkel θ geneigt ist.

- (i) Bestimme die Hauptträgheitsmomente
- (ii) Bestimme den Drehimpuls im Inertialsystem
- (iii) Bestimme das Drehmoment, das auf die Achse ausgeübt wird.

Übung 3. *Foucaultscher Kreiselkompass*

Ein Gyroskop (Kreisel) sei mit seinem Schwerpunkt im Zentrum Cardanischer Ringe (siehe Bild) befestigt, so dass auf ihn kein Gravitationsmoment wirkt. Zusätzlich wird die Figurenachse gezwungen, sich nur in der horizontalen Ebene zu bewegen. Wir versetzen das Gyroskop auf der Erdoberfläche in schnelle Drehung um seine Figurenachse (d.h. die Hauptachse mit kleinstem Trägheitsmoment), wobei die Drehachse in Richtung des Meridians (d.h. in Richtung auf den Nordpol) gerichtet ist. Wegen der Rotationsbewegung der Erde führt jedoch das Gyroskop eine zusätzliche Drehbewegung aus. Zeige mit Hilfe der Eulerschen Gleichungen (unter der Annahme das die Kreisfrequenz des Gyroskops gross im Vergleich zur Erddrehung ist), dass die Figurenachse symmetrisch um den Meridian schwingt, und somit als Kompass verwendet werden kann. [*Hinweis: Überlege Dir zunächst, was auf dem Äquator passiert. Dann verallgemeinere Deine Analyse für einen Punkt beliebiger Breite.*]

