ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Thermodynamik
Serie 4

HS 11
Prof. G. Blatter

In dieser Serie beschäftigen wir uns mit reversiblen thermodynamischen Kreisprozessen unter verschiedenen Randbedingungen und für unterschiedliche Arbeitsmedien. Insbesondere machen wir uns dabei auch Gedanken über mögliche Realisierungen, den Einfluss natürlicher Einschränkungen, sowie über ökonomische Aspekte.

Aufgabe 4.1 Carnot-Kreisprozess

Der Carnot-Prozess besteht aus zwei adiabatischen und zwei isothermen Zustandsänderungen. Wir betrachten als Medium das ideale Gas. Der Kreisprozess arbeite zwischen zwei Wärmereservoirs mit Gastemperaturen ϑ_1 bzw. ϑ_2 ($\vartheta_2 < \vartheta_1$).

a) Skizziere den Prozess im p-v Diagramm und berechne für jeden Abschnitt die *vom* System nach Aussen *geleistete* Arbeit Δw sowie die *aufgenommene* Wärme Δq. Bestimme daraus den Wirkungsgrad $\eta = w/\Delta q_{\mathrm{ein}}$, wobei w die insgesamt geleistete Arbeit und Δq_{ein} die eingespeiste Wärme ist.

   Hinweis: Benutze $pv = RT$ (resp. $pv^\gamma = const.$) für die isothermen (resp. adiabatischen) Zustandsänderungen, wobei $v = V/n$ und $\gamma = c_p/c_v > 1$ gilt.

b) Wie würde ein solcher Prozess für einen Einzylindermotor (Kolben) realisiert? Veranschauliche die verschiedenen Abschnitte des Carnot-Prozesses anhand von Skizzen.

c) Die Eckpunkte des Carnot-Prozesses (operierend zwischen ϑ_1 und ϑ_2) werden in einem realen Zylindermotor durch weitere, natürliche Einschränkungen des Systems festgelegt. Finde und diskutiere diese für einen Zylindermotor, und bestimme die Position der Eckpunkte.

Aufgabe 4.2 Escher-Wyss-Kreisprozess

Der Escher-Wyss-Prozess (bzw. Joule-Prozess) besteht aus zwei adiabatischen und zwei isobaren Zustandsänderungen. Wir betrachten als Medium wieder das ideale Gas.

Der Kreisprozess beschreibt folgenden Zyklus:

$1 \to 2$	isobare Expansion	$(T_1, v_1, p_A) \to (T_2, v_2, p_A)$,
$2 \to 3$	adiabatische Expansion	$(T_2, v_2, p_A) \to (T_3, v_3, p_B)$,
$3 \to 4$	isobare Kompression	$(T_3, v_3, p_B) \to (T_4, v_4, p_B)$,
$4 \to 1$	adiabatische Kompression	$(T_4, v_4, p_B) \to (T_1, v_1, p_A)$.

a) Bestimme die vom Kreisprozess geleistete Arbeit w als Funktion der Temperaturen T_i an den Eckpunkten und zeige, dass der Wirkungsgrad geschrieben werden kann als

$$\eta = 1 - T_4/T_1 = 1 - T_3/T_2.$$

Es seien nun von Aussen, neben den beiden Drücken p_A und p_B, die maximale Temperatur ϑ_1 und die minimale Temperatur ϑ_2 vorgegeben ($T_2 = \vartheta_1$ und $T_4 = \vartheta_2$).

b) Schreibe die Ausdrücke für η und w als Funktion der von Aussen vorgegebenen Parameter.

Wir betrachten nun den Kreisprozess in Abhängigkeit von p_B bei fixierten Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 und festgelegtem Höchstdruck p_A.

c) Wie gross darf der untere Druck p_B maximal sein, $p_B = p_{B,\max}(p_A, \vartheta_1, \vartheta_2)$ damit der Kreisprozess noch als Kraftmaschine arbeitet? Bei welchem minimalen Druck $p_B = p_{B,\min}(p_A, \vartheta_1, \vartheta_2)$ kann die Maschine noch betrieben werden?

   Hinweis: Der Kreisprozess arbeitet als Kraftmaschine für $w \geq 0$.

d) Für welchen Druck p_B (mit $p_{B,\min} \leq p_B \leq p_{B,\max}$) ist der Wirkungsgrad des Kreisprozesses maximal? Wieviel Arbeit leistet die Maschine bei diesem Druck pro Zyklus?

e) Für welchen Druck p_B (mit $p_{B,\min} \leq p_B \leq p_{B,\max}$) ist die von der Maschine pro Zyklus geleistete Arbeit maximal? Wie gross ist der Wirkungsgrad bei diesem Druck?

f) Aus d) und e) sehen wir, dass die Arbeitsleistung pro Zyklus für maximalen Wirkungsgrad nicht optimal ist, während für maximale Arbeitsleistung pro Zyklus der Wirkungsgrad suboptimal ist. Deshalb stellt sich für den Konstrukteur einer Escher-Wyss-Maschine folgende Frage: Welchen Druck p_B soll er bei der Konstruktion wählen, sodass die Maschine aus ökonomischer Hinsicht optimiert ist?

   Hinweis: Nimm an, dass Wärme einen Preis von K_q pro Einheitswärmemenge kostet und die Arbeit zu einem Preis von K_w pro Einheitsarbeitsmenge verkauft werden kann ($K_w > K_q$).

Aufgabe 4.3 Otto-Kreisprozess für einen idealen Paramagneten

Der Otto-Prozess besteht aus zwei adiabatischen und zwei isochoren Zustandsänderungen. Für ein ideales Gas wird er im Otto-Zweitaktmotor realisiert. Wir betrachten jetzt als Medium den idealen Paramagneten, statt der isochoren findet dann eine isomagnetische Zustandsänderung statt.

Der Kreisprozess beschreibt folgenden Zyklus:

$1 \to 2$	isomagnetische Wärmeabfuhr	$(T_1, M_1) \to (T_2, M_2)$,
$2 \to 3$	adiabatische Magnetisierung	$(T_2, M_2) \to (T_3, M_3)$,
$3 \to 4$	isomagnetische Wärmezufuhr	$(T_3, M_3) \to (T_4, M_4)$,
$4 \to 1$	adiabatische Entmagnetisierung	$(T_4, M_4) \to (T_1, M_1)$.

Dieser Kreisprozess arbeitet zwischen einer minimalen ($M_1 = M_2 = M_{\min}$) und einer maximalen ($M_3 = M_4 = M_{\max}$) Magnetisierung.

Bemerkung: Um Arbeit zu leisten muss der paramagnetische Prozess im Gegenuhrzeigersinn laufen. Im Uhrzeigersinn wäre dieser Prozess eine Wärmepumpe.

a) Bestimme für jeden Abschnitt die zugeführte Wärme sowie die gewonnene Arbeit.

   Hinweis: Für diese Teilaufgabe ist nur die kalorische Zustandsgleichung $\mathrm{d}U = C_M \mathrm{d}T$ nötig.

b) Ermittle den Wirkungsgrad in Abhängigkeit der Temperaturen T_i an den vier Eckpunkten. Nutze dann die Adiabatengleichung

$$kC_M \log(T/T_0) = \frac{1}{2}(M^2 - M_0^2),$$

   um den Wirkungsgrad als Funktion von $M_{\min}$ und $M_{\max}$ auszudrücken.