

Aufgabe 1.1 Rechenregeln für partielle Ableitungen

Die Variablen x , y , und z seien verknüpft durch $f(x, y, z) = 0$. Gegeben sei eine Funktion $w(x, y)$ von zwei der drei Variablen. Zeige, dass

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z = \left(\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_z \right)^{-1}, & \text{b)} & -1 = \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_x \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_y, \\ \text{c)} & \left. \frac{\partial x}{\partial w} \right|_z = \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z \left. \frac{\partial y}{\partial w} \right|_z, & \text{d)} & \left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_w = \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_w \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_w, \\ \text{e)} & \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z = \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_w + \left. \frac{\partial x}{\partial w} \right|_y \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_z. \end{array}$$

Aufgabe 1.2 Zustandsgrößen

Es sei bekannt, dass die „Energie“ E unter kleinen Änderungen dx, dy der externen Parameter x, y sich wie

$$\delta E = F_x dx + F_y dy$$

ändert, mit dem Vektor $\mathbf{F}(x, y) = [F_x(x, y), F_y(x, y)]$ („Kraft“). Man nennt E eine Zustandsgröße, falls δE sich als ein exaktes Differential

$$dE = \partial_x E(x, y) dx + \partial_y E(x, y) dy$$

darstellen lässt.

- Gegeben δE (bzw. \mathbf{F}), zeige die Äquivalenz von folgenden zwei Aussagen:
 - E ist eine Zustandsgröße, d.h. $\exists E(x, y) : \mathbf{F} = \nabla E$ und
 - $\nabla \wedge \mathbf{F} = 0$.
- Warum nennt man E eine Zustandsgröße?
- Warum sind Zustandsgrößen in der Thermodynamik von Bedeutung?
- Wenn ein Differential δE nicht exakt ist kann man einen integrierenden Faktor $\mu(x, y)$ finden, so dass $dS = \mu(x, y)\delta E$ exakt wird. Bestimme den integrierenden Faktor $\mu(x, y)$ für

$$\delta E = (xy^2 + xye^x)dx + (2x^2y + xe^x)dy$$

unter der Annahme, dass μ nur von x abhängt. Bestimme zudem $S(x, y)$.

- Gib je ein Beispiel aus der Thermodynamik für exakte Differentiale, nichtexakte Differentiale und integrierende Faktoren an.

Aufgabe 1.3 Kalorienverbrauch*

Es gibt mindestens zwei Möglichkeiten wie der Mensch Wärme verliert: Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Für die abgestrahlte Leistung pro Fläche gilt das Stefan-Boltzmann Gesetz

$$dP^{\text{Strahlung}}/dA = \sigma T^4$$

mit T der Temperatur in Kelvin und $\sigma = \pi^2 k_B^4 / 60 \hbar^3 c^2 = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$. Bei der Wärmeleitung gilt die Formel

$$dP^{\text{Leitung}}/dA = \lambda dT/dl$$

mit dem Temperaturgradienten dT/dl und der Wärmeleitfähigkeit λ ; $\lambda^{\text{Luft}} \approx 0.024 \text{ W/m K}$, $\lambda^{\text{Wasser}} \approx 0.60 \text{ W/m K}$.

- Was ist die kritische Länge l^{krit} (in Wasser und in Luft) über die eine Temperaturdifferenz von ΔT bei $T = 310 \text{ K}$ abfallen muss, damit $P^{\text{Strahlung}} = P^{\text{Leitung}}$.
- Welcher Prozess dominiert typischerweise in Luft bzw. Wasser?
- Wieviel Energie in $1 \text{ kcal} = 4.2 \text{ kJ}$ muss ein Mensch mit $A = 1 \text{ m}^2$ täglich zu sich nehmen, um die abgestrahlte Leistung zu kompensieren? ($T^{\text{Körper}} - T^{\text{Wasser, Luft}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$)

Übungsstunde: Mi 15.45-16.30 Uhr

Assistenten: Brigitte Surer (surerb@itp.phys.ethz.ch) HIT F 11.1

Ruben Andrist (andrist@itp.phys.ethz.ch) HIT F 12

Peter Andres (anders@itp.phys.ethz.ch) HIT F 31.2

Barbara Theiler (btheiler@itp.phys.ethz.ch) HPK D 24.2

Gionata Luisoni (luisonig@physik.uzh.ch)