

Aufgabe 11.1 Dissipationsrate

Zeige, dass die Energie-Dissipationsrate in einer viskosen (Viskosität η) inkompressiblen Flüssigkeit in einem ruhenden Gefäss gegeben ist durch

$$\frac{dE}{dt} = -\eta \int_V dV (\nabla \wedge \mathbf{v})^2. \quad (1)$$

Aufgabe 11.2 Vortex in viskoser Flüssigkeit

Zur Zeit $t = 0$ existiere ein einzelner, gerader Wirbelfaden in einer viskosen Flüssigkeit, $\boldsymbol{\omega} = \nabla \wedge \mathbf{v} = \omega_0 \mathbf{e}_z \delta^{(2)}(r)$. Finde die lokale Vortizität $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t)$ als Funktion von Ort und Zeit sowie die totale Vortizität $\int d^2r \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t)$. Benütze dazu die Navier-Stokes Gleichung.

Aufgabe 11.3 Dimensionelle Abschätzungen

- a) Ein Körper gleite mit einer Geschwindigkeit u durch eine viskose Flüssigkeit, wobei die Reynold'sche Zahl klein sei. Schätze ab, nach welcher Zeit τ die Flüssigkeit zur Ruhe kommt.
- b) Schätze ab, mit welcher Rate Energie dissipiert wird, falls ein Körper der Ausdehnung R mit Frequenz $\omega \ll \tau^{-1}$ in einer viskosen Flüssigkeit oszilliert. Die Reynold'sche Zahl soll klein sein.