

## Theoretische Physik, Übung 2.

FS13

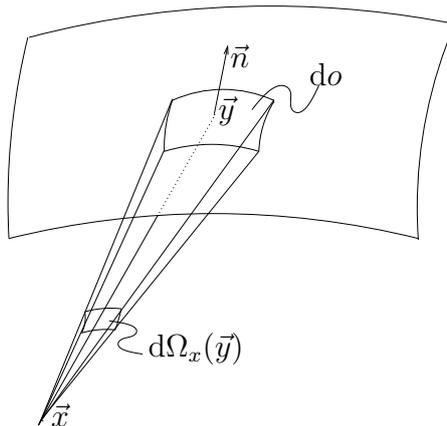
Abgabe: 05.03.13

### 1. Dipoldichten

- a) Räumliche Dipoldichte  $\vec{P}(\vec{y})$ : Das Volumenelement  $d^3y$  trägt ein Dipolmoment  $\vec{P}(\vec{y}) d^3y$ . Finde die äquivalente Ladungsdichte  $\rho(\vec{y})$ , d.h. jene die dasselbe Feld erzeugt.
- b) Flächenhafte Dipoldichte  $P(\vec{y})$ : Das Oberflächenelement  $d\vec{\sigma}$  trägt ein Dipolmoment  $P(\vec{y}) d\vec{\sigma}$ . Zeige, dass das Potential einer Dipolschicht der Dichte  $P(\vec{y})$  über die Fläche  $S$  durch

$$\varphi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int_S P(\vec{y}) d\Omega_x(\vec{y}) \quad (1)$$

gegeben ist, wobei  $d\Omega_x(\vec{y})$  das Raumwinkelelement ist, welches  $d\vec{\sigma} = \vec{n} do$  bei Betrachtung von  $\vec{x}$  aus einnimmt, und zwar mit  $d\Omega_x > 0$ , falls die Normale  $\vec{n}$  in einem spitzen Winkel zur Sichtrichtung steht.



Zeige ferner, dass das Potential an der Fläche springt:

$$\varphi(\vec{x}_0 + 0\vec{n}) - \varphi(\vec{x}_0 - 0\vec{n}) = P(\vec{x}_0), \quad (\vec{x}_0 \in S). \quad (2)$$

*Hinweis:* Für (1) überlege man sich, dass

$$\frac{1}{|\vec{y} - \vec{x}|^2} \left( \frac{\vec{y} - \vec{x}}{|\vec{y} - \vec{x}|} \cdot d\vec{\sigma} \right) = d\Omega_x(\vec{y}). \quad (3)$$

### 2. Homogen geladene und homogen polarisierte Vollkugel

- a) Berechne das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{x})$  und das Potential einer homogenen geladenen Vollkugel (Ladung  $Q$ ) vom Radius  $R$ .

*Hinweis:* Verwende (1.6) im Skript.

- b) Berechne daraus das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{x})$  einer homogen polarisierten Vollkugel (Dichte  $\vec{P}$ ) vom Radius  $R$ .

### 3. Geerdete leitende Kugel im homogenen äusseren elektrischen Feld

Ein geerdeter kugelförmiger elektrischer Leiter befinde sich in einem homogenen äusseren Feld  $\vec{E}_\infty = \lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} \vec{E}(\vec{x})$ . Berechne das resultierende elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{x})$ .

*Hinweis:* Welche Feldgleichung und Randbedingungen soll das Potential erfüllen? Verwende die Lösung von 2.b).