

Aufgabe 13.1 Eigenschaften der Lorentz-Transformation

Ein Koordinatensystem K' bewege sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ relativ zu einem anderen System K . Es sei $\beta = |v|/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Wir untersuchen nun folgende Szenarien:

- a) Ein in K' ruhendes Objekt erfährt eine Beschleunigung \mathbf{a}' senkrecht zu \mathbf{v} . Zeige, dass für die Beschleunigung \mathbf{a} des Teilchens in K folgende Relation gilt: $\gamma^2 \mathbf{a} = \mathbf{a}'$.

Tip: Mit der Beschleunigung des Teilchens ist hier die zweite Ableitung seiner Trajektorie nach der *Koordinatenzeit* — nicht nach der Eigenzeit — gemeint.

- b) Längenkontraktion: Betrachte nun zwei in K' ruhenden Punkte $\mathbf{r}'_1 = (x'_1, 0, 0)$ und $\mathbf{r}'_2 = (x'_2, 0, 0)$. Es sei $L'_0 = |x'_1 - x'_2|$. Finde nun die Distanz L der zwei Punkte in K , indem du die Trajektorien $\mathbf{r}_1(t)$ und $\mathbf{r}_2(t)$ zu einem fixen Zeitpunkt vergleichst. Das Ergebnis ist $L'_0 = \gamma L$.

Aufgabe 13.2 Der Traktorstrahl

Ein Strahl von Protonen fliegt entlang der x -Achse, wobei die Protonen eine Geschwindigkeit $v_{pr} = c/3$ und eine Dichte n (in Protonen pro Längeneinheit) aufweisen.

- a) Benutze die Gesetze der Elektro- und Magnetostatik um die vom Strahl generierten Felder $\mathbf{E}(r)$ und $\mathbf{H}(r)$ als Funktion des Abstands zum Strahl r zu berechnen.

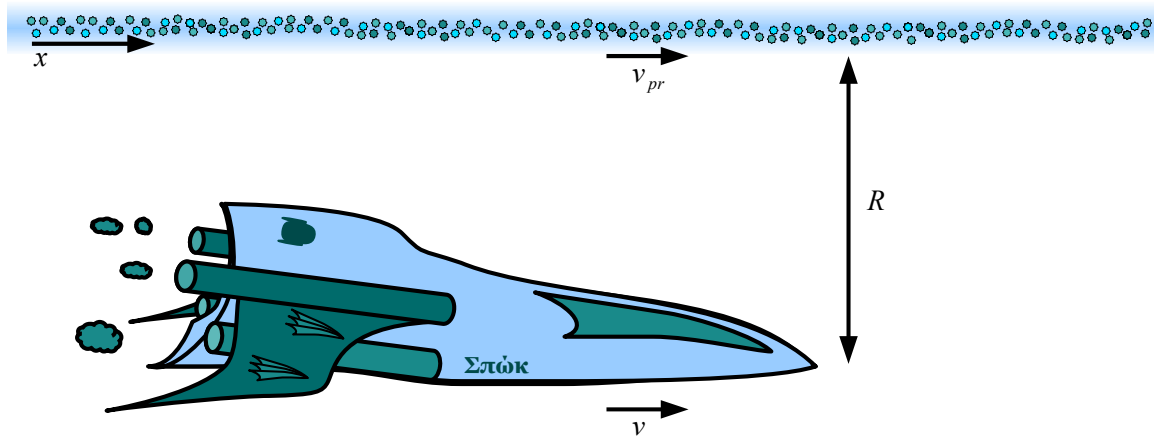
Tip: Der vom Strahl erzeugte Strom ist durch $I = env_{pr}$ gegeben und die Ladungsverteilung kann für $r \gg 1/n$ als kontinuierlich approximiert werden. Daraus ergibt sich die Ladungsdichte $\lambda = en$.

Es fliege nun ein Raumschiff mit Geschwindigkeit v parallel in einem Abstand R zum Protonenstrahl.

- b) Welche Kraft F wirkt auf das Raumschiff, wenn es eine negative Ladung $-Q$ trägt? Welche Richtung hat die Kraft?

Nun betrachten wir die selbe Situation aus der Perspektive des Raumschiffs. Wir setzen hier $v = v_{pr} = c/3$.

- c) Transformiere die Felder ins Koordinatensystem des K' des Raumschiffs.
- d) Stattdessen kann man auch den Protonenstrahl aus Sicht des Raumschiffs betrachten um die Felder neu zu berechnen. Überprüfe, ob die Ergebnisse der Teilaufgaben c) und d) übereinstimmen.
- e) Berechne wiederum die Kraft F' , welche auf das Raumschiff wirkt. Wir fordern nun, dass die Bewegungsgleichung $F = ma$ invariant unter Lorentz-Transformationen ist. Das heisst, es soll auch $F' = m'a'$ gelten. Benutze das Ergebnis von 13.1a um zu bestimmen, wie die Masse m transformiert.



Aufgabe 13.3 Das Garagenparadox

Man stelle sich eine Garage mit zwei gegenüberliegenden Toren im Abstand von $L_0 = 10m$ vor. Um Parkunfälle mit zu grossen Autos zu vermeiden sind beide Tore mit Lichtschranken ausgestattet — Sie öffnen instantan, sobald ein Fahrzeug ein Tor erreicht und schliessen instantan, sobald das Fahrzeug das Tor vollständig durchquert hat.

Eine Limousine der Länge $l_0 = 15m$ fährt nun mit einer Geschwindigkeit v durch diese Garage. Was passiert wenn v sehr gross wird? Was passiert aus der Perspektive des Fahrers der Limousine? Was passiert, wenn das Fahrzeug während es vollständig in der Garage ist zum Stehen gebracht wird?