

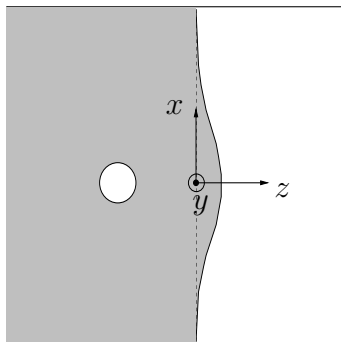
Aufgabe 4.1 Punkt-Defekt in isotropem Medium

Ein Punkt-Defekt in einem elastischen Medium ist gegeben durch ein Deformationsfeld mit

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 4\pi c \delta(\vec{r}), \quad (1)$$

wobei c die Stärke der Deformation charakterisiert.

- Bestimme die Deformation \vec{u} für ein homogenes isotropes Medium als Lösung von (1). Berechne daraus Deformations- und Spannungstensor.
- Bestimme die Volumenkraftdichte \vec{F} eines solchen Punktdefekts, sowie die durch ihn verursachte Volumenänderung.
- Berechne die Wechselwirkungsenergie zweier Punktdefekte bei \vec{r}_1 bzw. \vec{r}_2 . Wie wirkt die Kraft der Wechselwirkung (attraktiv, repulsiv)? (Vgl. Serie 1, Aufgabe 2).

Aufgabe 4.2 Punkt-Defekt in elastischem Halbraum

Gegeben sei ein elastischer Halbraum ($z < 0$). Die Oberfläche des Halbraums sei frei, d.h. es gilt dort $\sigma_{ij}n_j = 0$, mit der Oberflächennormalen $\vec{n} = \vec{e}_z$.

Bestimme die Deformationsenergie eines Punktdefekts. Wie wird sich dieser Defekt im Medium verhalten? Wie sieht hier die Wechselwirkung zwischen zwei Deformationen aus? Tipp: Verwende die Randbedingung auf der Oberfläche zur Herleitung der Deformationsenergie einer *Spiegeldeformation* (Vgl. Spiegelladungsprinzip aus der Elektrostatik).

Aufgabe 4.3 Punkt-Defekt in anisotropem Medium

In einem nahezu isotropen elastischen Medium mit einer kleinen Deformation von kubischer Symmetrie können die Elastizitätsmodule geschrieben werden als $c_{ij} = c_{ij}^0 + c'_{ij}$, wobei die c_{ij}^0 effektive isotropische Module sind, mit $c_{11}^0 = (3c_{11} + 2c_{12} + 4c_{44})/5$, $c_{12}^0 = (c_{11} + 4c_{12} - 2c_{44})/5$, $c_{44}^0 = (c_{11} - c_{12} + 3c_{44})/5$ und c'_{ij} die anisotrope Korrektur. Ausgehend vom isotropen Fall können Punktdefekt-Deformationen durch Entwicklung und sukzessive Approximation ermittelt werden.

- Leite die Feldgleichung (2.4) für kubische Symmetrie aus den Variationsgleichungen für die Freie Energie her.
- Entwickle das Deformationsfeld bis zu erster Ordnung in der Anisotropie, d.h. $u = u^0 + u' + \dots$, und bestimme die isotrope Lösung der Feldgleichungen sowie die erste anisotrope Korrektur e' zur Volumenänderung $e \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{u}$.
- Bestimme die Wechselwirkungsenergie zweier Punktdefekte im kubisch - anisotropen Medium .