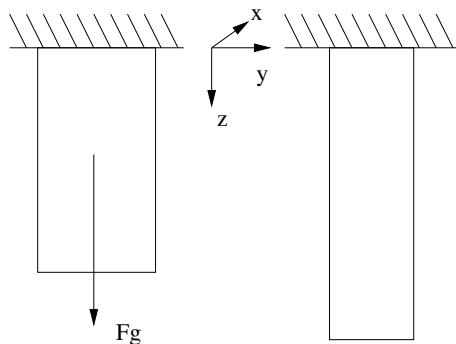


**Aufgabe 2.1 Elastizitätsmodul von Kristallen**

- a) Wieviele Elastizitätsmodule braucht es, um die elastischen Eigenschaften eines hexagonalen Systems zu charakterisieren? Schreibe die freie Energie  $F$  als Funktion der nicht verschwindenden Komponenten  $C_{ijkl}$  des Tensors der Elastizitätsmodule.
- b) Man lege die Koordinatenachsen in die drei Achsen vierter Ordnung des kubischen Kristalls. Es wird nun aus dem Kristall ein Stab mit Längsachse in Richtung des Einheitsvektors  $\vec{n}$  ausgeschnitten und mit einer Kraft in seine Längsrichtung belastet. Berechne das Youngsche Modul  $E$  in Abhängigkeit von  $\vec{n}$ .

**Aufgabe 2.2 Deformation eines elastischen Stabs im Schwerfeld**

Im Skript wird die Deformation eines elastischen Stabs durch eine äussere Kraft  $\vec{P} \parallel \hat{z}$  untersucht, wobei eine Oberflächenkraft angenommen wird. Die einzige nichtverschwindende Spannungstensorkomponente ist  $\sigma_{zz} = P$ .



Vergleiche die resultierende Deformation  $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$  mit derjenigen eines aufgehängten elastischen Stabs im Schwerfeld, d.h. unter dem Einfluss der Volumenkraft  $\vec{F}_G = \rho g$ , mit der homogenen Massendichte  $\rho$ . Berechne dazu den entsprechenden Spannungstensor  $\sigma_{ij}$  unter Verwendung der korrekten Gleichgewichts- und Randbedingungen.

**Aufgabe 2.3 Gradient, Divergenz, Rotation und Laplace in Zylinderkoordinaten**

Zeige, dass der Gradient und der Laplaceoperator, angewandt auf eine Skalarfunktion  $\psi(r, \phi, z)$ , sowie die Divergenz und die Rotation, angewandt auf eine Vektorfunktion  $\vec{v}(r, \phi, z)$  in Zylinderkoordinaten wie folgt geschrieben werden können:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\psi &= \frac{\partial\psi}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}\vec{e}_\phi + \frac{\partial\psi}{\partial z}\vec{e}_z \\ \Delta\psi &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{v} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \vec{\nabla}\times\vec{v} &= \left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z}\right)\vec{e}_r + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\vec{e}_\phi + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rv_\phi) - \frac{\partial v_r}{\partial\phi}\right)\vec{e}_z\end{aligned}$$