Elektrodynamik
Serie 11

SS 05
Prof. G. Blatter

Aufgabe 11.1 Propagation in dispersiven Medien

Verifiziere Gleichung (6.83) des Skripts. Führe dazu die Zwischenrechnungen in Kapitel 6.5 aus.

Aufgabe 11.2 TEM-Wellen

a) Betrachte ein unendlich gut leitendes Koaxialkabel. Der Radius des inneren Zylinders sei a, der des äusseren b. Der Zwischenraum ist mit einer Substanz gefüllt mit dielektrischer Konstante ϵ und magnetischer Permeabilität μ. Zeige, dass für die zeitlich gemittelte Leistung P einer TEM-Mode folgende Gleichung gilt:

$$P = \frac{c}{4}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H(a)^2 a^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{1}$$

wobei $H(a)$ das azimutale Magnetfeld auf dem inneren Zylinder ist.

b) Betrachte einen Doppelleiter bestehend aus zwei unendlich langen parallelen Metallstreifen der Breite b im Abstand a. Berechne die gemittelte Leistung der TEM-Mode als Funktion des Magnetfeldes auf dem Rand des idealen Leiters für den Fall $b \gg a$.

Aufgabe 11.3 Transmissionsresonanzen und Tunneleffekte in der ED

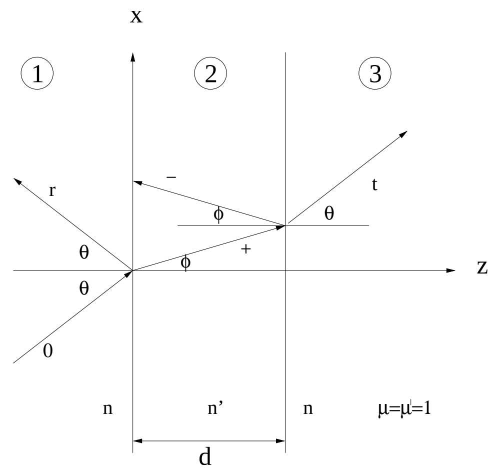
Betrachte eine planparallele dielektrische Schicht der Dicke d und Brechungsindex n' senkrecht zur z-Achse inmitten eines Dielektrikums mit Brechungsindex n.Es gelte $\mu = \mu' = 1$. Eine elektromagnetische Welle falle im Gebiet 1 auf die planparallele Schicht unter dem Winkel θ. Ein Teil der Welle wird reflektiert und ein Teil dringt in das Medium 2 ein. An der Grenzschicht $2-3$ wird die Welle wieder zu einem Teil reflektiert, jedoch ein ein gewisser Anteil wird ins Medium 3 transmittiert. Verwende folgenden Ansatz für eine Komponente ψ des elektrischen oder magnetischen Feldes:

$$\begin{aligned}
\psi^{(1)} &= \left(\psi_0 e^{ikz\cos\theta} + \psi_r e^{-ikz\cos\theta}\right) e^{ikx\sin\theta - i\omega t} \\
\psi^{(2)} &= \left(\psi_+ e^{ik'z\cos\phi} + \psi_- e^{-ik'z\cos\phi}\right) e^{ik'x\sin\phi - i\omega t} \\
\psi^{(3)} &= \psi_t e^{ik((z-d)\cos\theta + x\sin\theta) - i\omega t}
\end{aligned}$$

Hier ist $k = \frac{\omega}{c}n$, $k' = \frac{\omega}{c}n'$ und ϕ ist durch das Gesetz von Snellius gegeben. Soweit der kinematische Teil des Problems. Für den dynamischen Teil kommen die Randbedingungen und somit die Maxwell-Gleichungen ins Spiel. Wir beschränken uns auf den TE-Fall.

a) Zeige dass für $\psi = E_y$ die Randbedingungen ψ stetig und $\frac{\partial\psi}{\partial z}$ stetig gelten müssen, wie bei einem eindimensionalen Potentialproblem in der QM.

b) Berechne den Anteil der Leistung die ins Medium 3 transmittiert wird. Was geschieht im "klassisch" verbotenen Bereich der Totalreflexion?



x
1
2
3
r
−
t
ϕ
θ
θ
+
ϕ
z
θ
0
n
n’
n
μ=μ'=1
d